



CLASA A IX-A
FILIERA TEORETICĂ PROFIL REAL - ȘTIINȚE ALE NATURII

1. a) Determinați cel mai mic număr întreg m pentru care $|3m - 2| \leq 2010$.
b) Arătați că, dacă $a = \sqrt{2} + \sqrt{3}$, atunci $(10a^2 - a^4) \in \mathbb{Z}$.
c) Calculați câte numere de 5 cifre sunt divizibile cu 25.
2. Se consideră mulțimea $A = \{1, 4, 7, 10, \dots, 178\}$.
a) Determinați numărul elementelor mulțimii considerate.
b) Calculați suma elementelor mulțimii A .
c) Arătați că există cel puțin două triplete (a_1, a_2, a_3) și (b_1, b_2, b_3) de elemente, distincte două câte două, din A , pentru care $a_1 + a_2 + a_3 = b_1 + b_2 + b_3 = 177$.
3. Se spune că o funcție $f : A \rightarrow B$ are proprietatea (P) dacă pentru orice $x, y \in A$, $x \neq y$, rezultă $f(x) \neq f(y)$.
(i) Studiați care dintre următoarele funcții au proprietatea (P):
a) $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, $f(n) =$ restul împărțirii lui n la 7;
b) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x + 2$;
c) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 2x$.
(ii) Determinați $m \in \mathbb{R}$ pentru care punctul $A(m-2, 2m-1)$ este situat pe graficul funcției
 $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x + 2$.
4. Se notează cu F mijlocul laturii (BC) a unui triunghi ABC , cu G mijlocul segmentului (AF) și se consideră punctele D și E astfel încât $\overline{AD} = 2 \cdot \overline{DB}$, $\overline{AE} = k \cdot \overline{AC}$.
a) Determinați $k \in \mathbb{Q}$ pentru care dreptele DE și BC sunt paralele.
b) Determinați $k \in \mathbb{Q}$ pentru care punctele E , G , B sunt coliniare.

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp de lucru: 3 ore

Fiecare problemă se punctează de la 0 la 7 puncte.